

# 基于 Delaunay 规则的无组织采样点集 表面重建方法

王永波 盛业华 阎国年 田鹏 张凯

(南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室, 南京 210097)

**摘要** 表面重建在3维地理信息系统、计算机辅助设计与图形学、计算机造型、逆向工程、虚拟仿真等应用领域有着广阔的应用前景。在前人研究的基础上,提出了一种基于Delaunay规则的3维表面重建方法,通过将局部采样顶点投影到局部切平面上,利用Delaunay规则对投影点进行约束三角剖分,并将剖分得到的顶点连接关系映射到3维空间中,即可得到采样点之间的相互连接关系,实现采样曲面 $S$ 的表面重建。实验结果表明,算法在表面重建过程中可以有效检测不充分采样区域以及表面边界部分,适用于开、闭两种类型曲面的表面重建。此外,算法还具有实现简单、运行高效等优点。

**关键词** 表面重建 拓扑重建 不规则三角网 无组织采样点集 2维流形 3维表面模型

**中图分类号**: TP751 P231.5 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)09-1537-07

## A Delaunay-based Surface Reconstruction Algorithm for Unorganized Sampling Points

WANG Yong-bo, SHENG Ye-hua, LV Guo-nian, TIAN Peng, ZHANG Kai

(Key Laboratory of Virtual Geographic Environment, MOE, Nanjing Normal University, Nanjing 210097)

**Abstract** Surface reconstruction has wide foreground in the fields of 3d-GIS, Computer Aided Design and Computer Graphics (CAD & CG), Computer Styling, Reverse Engineering, Virtual Simulation and so on. Based on available researches, a delaunay-based surface reconstruction algorithm is provided. By projecting local sampling points onto local tangent planes, constrained-delaunay triangulation is applied to the projected points. And the connection of these points is mapped directly to 3-dimensional space. Then we obtained the relationships between these points in 3-dimensional space. As a result the sampled surface  $S$  is reconstructed successfully. Experiments show that the proposed algorithm can detect areas of low sampling density and also boundaries of sampled surfaces, and so it can be used to reconstruct surfaces with or without boundaries. In addition, the algorithm is easy to implement and can achieve high efficiency.

**Keywords** surface reconstruction, topology reconstruction, TIN, unorganized sampling points, 2-dimensional manifold, 3-dimensional surface model

## 1 引言

表面重建在3维地理信息系统、计算机辅助设计与图形学、计算机造型、逆向工程、虚拟仿真等应用领域有着广阔的应用前景。这一问题可以简单表

述如下:给定空间中的离散采样点集  $P \subset \mathbb{R}^3$ , 构造曲面  $S$ , 使得所有采样点  $V_i \in P$  位于曲面  $S$  上, 或者与  $S$  之间满足某个准则(如最小二乘准则)。

根据离散采样点集  $P \subset \mathbb{R}^3$  获取方式的不同, 相应地可以将表面重建划分为如下3种类型<sup>[1]</sup>: (1)基于深度扫描数据的表面重建;(2)基于切片数

**基金项目**:国家自然科学基金项目(40671147);教育部博士点基金项目(20060319004);江苏省重大基础研究基金项目(05KJA17001)

**收稿日期**:2005-12-20;改回日期:2006-06-29

**第一作者简介**:王永波(1981-),男,南京师范大学地图学与地理信息系统专业在读博士研究生。主要研究方向为3维地理信息系统原理与应用,3维建模及可视化。E-mail: ybwang816@163.com

据的表面重建;(3)基于无组织采样点集的表面重建。理论上来说,借助于采样数据的内在联系,将取得较好的表面重建效果及较高的表面重建效率,但在实际应用中,采样数据的内在联系通常比较混乱,利用前两种表面重建方法难以正确地重建采样曲面 $S$ 。基于无组织采样点集的表面重建方法,不需要考虑采样数据的内在联系,当采样数据满足一定的要求时,即可重建出采样曲面 $S$ 。此外,当不考虑采样数据的内在联系时,深度扫描数据和切片数据均可以转化为无组织采样数据,不难得知,基于无组织采样点集的3维表面重建方法,对于深度扫描数据及切片数据均适用,因此,研究基于无组织采样点数据的3维表面重建方法,具有重要的意义。本文正是针对这一问题展开研究。

根据表面重建过程中所采纳的不同算子,可以将其划分为如下4种类型:雕塑法、隐函数法、表面生长法、变形法。这是目前最为常见的一种分类方法,如下部分将依据此分类方法,对现有方法作一个详细的归纳和总结。

**雕塑法** 1984年,Boissonnat首先提出了基于无组织采样点集的Delaunay三角剖分来重建表面的算法<sup>[2]</sup>,它是雕塑法的代表。根据表面提取策略的不同,可以将其进一步细分为 $\alpha$ -shape算法<sup>[3,4]</sup>,Crust算法<sup>[5]</sup>和Cocone算法<sup>[6,7]</sup>,Umbrella Filter伞形过滤算法<sup>[8-10]</sup>等。

**隐函数法** 1992年,Hoppe首先提出了基于隐函数法的表面重建方法<sup>[11]</sup>;在此基础上,严等人<sup>[11]</sup>对该算法进行了改进,提出了基于全局性和采样不均匀补偿的近邻点确定方法,减少了非拓扑近邻点的干扰、提高了切平面估算的正确性,从而有效地保证了重建曲面的正确性和易用性。

**表面生长法** Huang等人提出了以边界边为种子的表面生长算法<sup>[12]</sup>,Gopi等人提出了以边界顶点作为种子的表面生长算法<sup>[13,14]</sup>,王等人也提出了类似的算法<sup>[15]</sup>。此外,BPA(ball-pivoting approach)算法<sup>[16]</sup>是表面生长法的又一典型代表。相比较而言,它们通常具有速度快、内存消耗小等优点,可以应用于海量离散数据点的表面重建。

**变形法** 该类方法首先根据采样信息构建一个初始表面 $S'$ ,进一步利用采样信息对初始表面 $S'$ 做适当的变形处理,使之更接近于原始曲面 $S$ ,算法的输出通常是一个高次曲面。Jeong<sup>[17]</sup>,Algorn<sup>[18]</sup>等人均做了有益的尝试。

其中,雕塑法建立在3维Delaunay三角剖分的基础上,它是2维Delaunay规则在3维空间中的有效拓展和延伸,有着严格的理论证明,但是表面重建过程中涉及大量的分析与计算,重建相当耗时;隐函数法的表面重建效率相对于雕塑法来说要高,但是为了保证表面重建的正确性,法向一致化过程中,需要构造采样点数据的黎曼图,并对其进行遍历,从而降低了算法的运行效率;表面生长法通过投影变换,有效地将3维表面重建问题转化为2维Delaunay三角剖分问题,从而一方面降低了算法的复杂度,另一方面又保证了重建模型的质量;变形法的最终目的是为了取得较高质量的重建效果,相对来说,其执行效率较低。

针对采样数据呈现海量增长的趋势,为了保证表面重建的效率,本文提出并实现了一种基于Delaunay规则的3维表面重建方法,通过将局部采样顶点投影到局部切平面上,利用Delaunay规则对投影点进行约束三角剖分,并将剖分得到的顶点连接关系映射到3维空间中,即可得到采样点之间的相互连接关系,实现采样曲面 $S$ 的表面重建。

## 2 算法描述

### 2.1 采样

不管采用哪种表面重建方法,重建结果的可靠性很大程度上取决于待重建表面的采样信息。如果待重建表面的某一个区域采样信息稀少或者缺失,将很有可能造成重建结果的错误。假设 $S$ 为采样曲面, $P$ 是采样点集合,有关“充分采样”这个概念,可以利用如下两个规则进行衡量:

**规则1(局部特征规则)** 采样密度与采样点到中轴线的距离成反比。明确地说,当曲面上任意一点 $m \in S$ 与采样点之间的最小欧氏距离最大为 $m$ 至曲面 $S$ 的中轴线最小距离的 $r$ 倍时,称采样 $P$ 为曲面 $S$ 的 $r$ -sample采样。比例系数 $r$ 通常小于1.0,实践证明,当 $r$ 取值为0.5时<sup>[19]</sup>,即可满足表面重建的要求。

**规则2(采样通道规则)** 当至少有一个采样点落在以曲面 $S$ 上任意一点为球心, $\epsilon$ 为半径的圆球中时,称曲面 $S$ 的采样通道为 $\epsilon$ ,记作 $P \subset S$ 。根据Shannon采样理论, $\epsilon$ 的取值应不大于最小特征尺寸的1/2。

不难看出,局部特征规则是一个基于局部的采样理论,采样通道规则是一个基于全局的采样理论。通常当利用3维激光扫描仪等自动化程度较高的数

据采样手段时,用采样通道规则来指导采样过程。相对于局部特征规则而言,采样通道规则对采样点的密度要求更高,因此重建的表面将具有更高的复杂度。如图 1 所示,图 1(a)为局部特征规则指导下的“充分采样”,图 1(b)为采样通道规则指导下的“充分采样”。

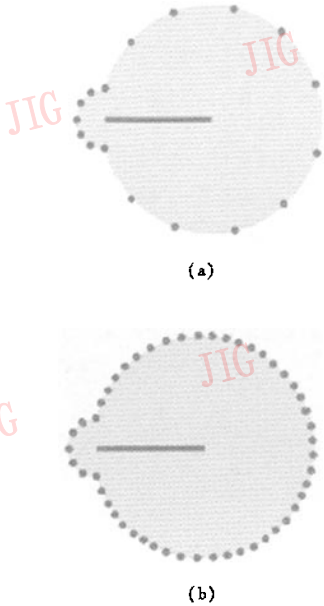


图 1 不同的采样理论指导下的“充分采样”

Fig. 1 “Sufficient sampling” under different sample theories

### 2.2 术语及假设

待重建曲面  $S$  是指 3 维空间中的一个简洁的、互连的、有方向的 2 维流形,如果曲面  $S$  没有边界,则称之为闭合曲面,否则称之为开曲面。称一个由三角面片构成的分段线性曲面为单形曲面。对曲面  $S$  进行采样得到的无组织采样点集记作  $P = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 。

表面重建过程中,输入的数据仅仅是一个无组织采样点集,为了保证重建结果的正确性,对采样曲面  $S$  作如下假设:

假设 1 待重建表面足够光滑;

假设 2 待重建表面是一个 2 维流形曲面。

当采样曲面  $S$  满足如上两个假设并且采样密度足够大(满足采样通道法则)时,即可按照要求重建出符合要求的表面。

### 2.3 顶点类型划分

表面重建过程中,需要对顶点进行类型划分。

本算法实现过程中,将顶点区分为如下几种类型: FREE, FRINGE, BOUNDARY, COMPLETED。

**FREE** 即自由顶点,指未经过任何处理的顶点,即其没有任何相邻的三角形;

**FRINGE** 参与过三角化过程,但目前为止尚不能确定是否还有其它的相邻三角形的顶点;

**BOUNDARY** 与标记为 FRINGE 的顶点相反,这一类顶点位于曲面  $S$  的边缘部分,或者位于采样空洞的边缘部分,并且已经参与了所有可能的三角化过程。

**COMPLETED** 参与了所有可能的三角化过程,并且该顶点周围通常已经形成了一个闭合的三角面片环。

### 2.4 $k$ -近邻

为了有效实现表面重建,构建顶点之间的拓扑连接关系,需要寻找顶点  $v$  的相邻顶点。由于输入数据仅仅是离散采样点的位置特征信息,因此,寻找相邻顶点的唯一办法是通过距离规则来寻找。

如前所述,顶点  $v$  的相邻顶点是通过计算  $v$  与顶点集合  $P$  中的所有顶点之间的距离,取  $k$  个距离最近的顶点作为  $v$  的相邻顶点而得到的。为了加速相邻顶点的搜索速度,本文采用如下方案:

(1) 将采样点所在的空间范围划分成  $n$  个包围盒,并将所有采样点分配到相应的包围盒之中。包围盒的边长取值通过下式计算得到:

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{x_w \times y_w \times z_w}{n_v}} \quad (1)$$

式中,  $x_w, y_w, z_w$  分别为采样点分布在  $x, y, z$  方向的长度,  $n_v$  为采样点个数。

(2) 计算顶点  $v$  所在包围盒,并且在此包围盒及其相邻包围盒之中寻找顶点  $v$  的  $k$  个近邻顶点。

$k$  值的合理确定是表面重建算法的关键:一方面,它关系到重建模型的表面光滑度;另一方面,它的合理选择也同样关系到自动边缘检测的正确性。根据本算法的测试结果来看,  $k$  值的合理取值范围在 6~15 之间。当  $k$  值较小时,重建的三角面片容易取得较好的结构,表面重建的质量较好,但当采样密度不均匀时,可能会造成漏洞的产生;随着  $k$  的取值的增大,可以有效地避免漏洞的产生,但是随之带来的负面效果也很明显:狭长三角形开始出现,重建表面的质量有所下降。本文算法的实现中,  $k$  值根据采样密度人为指定。

## 2.5 切平面估算

表面重建过程中,为了得到顶点  $v$  及其相邻顶点(记作  $N(v)$ )之间连接关系,需要将  $N(v)$  投影至一个2维平面上,在2维空间中实现约束 Delaunay 三角剖分,将各采样点之间的连接关系映射到3维空间中,实现曲面  $S$  的局部拓扑重建。重建表面的质量在很大程度上取决于投影平面的选择,因此,合理选择投影面,对于提高表面重建的效果,有着至关重要的作用,在这里,选择过  $N(v)$  质心的切平面  $T(v)$  作为投影面。切平面法向  $n$  通过主成分分析方法计算得到。具体步骤如下:(1)计算  $N(v)$  的质心  $\sigma$ ;(2)构建  $N(v)$  的协方差矩阵

$$CV = \sum_{y \in N(v)} (y - \sigma) \otimes (y - \sigma)$$

先计算协方差矩阵的特征值与特征向量,然后选择最小特征值对应的特征向量作为切平面的法向方向。

## 2.6 法向一致化处理

重建的表面由三角面片构成,为了满足应用需求(诸如布尔运算和绘制等),相邻三角面片的法向之间的夹角要小于  $90^\circ$ (特征边除外),亦即  $n_1 \cdot n_2 > 0$ 。利用2.5节介绍的方法计算得到的切平面法向通常并不满足这一要求,因此,需要对各顶点处切平面法向作一致化处理。

Hoppe 提出了一个较为优秀的法向一致化方法<sup>[14]</sup>,它利用深度优先顺序遍历黎曼图,从而有效地实现法向的传播和一致化处理,使得经法向一致化处理后的离散采样点集  $P$  中各采样点处的法向与表面  $S$  相对应的法向量基本重合,但是该方法的美中不足在于其构建和遍历黎曼图的工作量较大,从而降低了表面重建的效率。

本算法在构建表面的同时实现法向量的传播和一致化处理,省去了计算量较大的黎曼图的构建与遍历过程,从而有效地降低了算法复杂度,提高了算法运行效率。方法如下:和所有其他算法一样,首先利用2.5节介绍的方法估算切平面法向  $n_0$ ,然后根据顶点  $R$  的相邻三角面片计算一个近似法向量  $n'$ ,如果  $n_0 \cdot n' > 0$ ,则切平面法向不变,否则,将切平面法向倒置( $-n_0$ )。

## 2.7 坐标系转换

求得了顶点  $v$  处的近似切平面,即可将顶点  $v$  及其相邻顶点(记作  $N(v)$ )投影至切平面  $T_p(v)$  上,建立局部2维平面坐标系,方法如下:局部坐标系的坐标原点取切平面原点  $\sigma$ ,即  $N(v)$  的质心;在切平

面内寻找两个单位正交向量  $b_1, b_2$  分别作为局部坐标系的  $x_i, y_i$  坐标轴方向。步骤如下:

求解和  $n$  正交的单位向量  $a$ :

$$a = \begin{cases} \frac{1}{n_x}(-n_y + n_z, n_x, n_x)^T, n_x \neq 0 \\ \frac{1}{n_y}(n_y, -(n_x + n_z), n_y)^T, n_y \neq 0 \\ \frac{1}{n_z}(n_x, n_x, -(n_x + n_y))^T, n_z \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

单位向量  $b_1$  利用下式求解:

$$b_1 = \frac{a}{\|a\|}, \|a\| = \sqrt{a \cdot a} \quad (3)$$

单位向量  $b_2$  定义为  $n$  与  $b_1$  的叉乘:

$$b_2 = n \times b_1 \quad (4)$$

计算  $N(v)$  中所有顶点到切平面  $T_p(v)$  的有向距离  $d_j, j=0, 1, \dots, n_i$ :

$$d_j = \text{dist}(y_j, T_p(v)) = \frac{Ax_j + By_j + Cz_j + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (5)$$

将  $N(v)$  中所有顶点投影到切平面  $T$  上,投影点坐标向量按下式计算:

$$y_j^p = y_j - d_j n \quad (6)$$

将  $y_j^p$  改化到局部坐标系中,公式如下:

$$(u_j, v_j)^T = (d_j \cdot b_1, d_j \cdot b_2)^T \quad (7)$$

其中,  $d_j = y_j^p \cdot n$ ,  $v$  为顶点  $v$  的坐标,  $(u_j, v_j)$  即投影点在局部坐标系中的坐标。

至此,完成了  $N(v)$  中所有顶点的坐标转换,将3维空间中的表面重建问题转化为2维 Delaunay 三角化问题。

## 2.8 顶点选择

为了避免重建表面的空间自相交,需要进一步对顶点  $v$  的相邻顶点进行筛选,剔除不满足要求的顶点,从而保证表面重建的质量,步骤如下:

(1) 对相邻顶点按照其与  $x_i$  之间的夹角由小到大进行排序;

(2) 位于同一方向(即与  $x$  轴夹角相同)的多个顶点,仅保留距离顶点  $v$  最近的一个,其余的均剔除;

(3) 根据可见性判断对所有相邻顶点进行测试,如果顶点  $v$  与某个相邻顶点  $v_{ni}$  相互不可见,则将  $v_{ni}$  从相邻顶点集合中剔除;

(4) 至此,剩余的相邻顶点均可参与三角化过程。

为了进行可见性判断,需要计算每个顶点的可见区域。可见区域定义如下:遍历顶点  $v$  的相邻边集合,如果某相邻边另一个顶点的当前状态标记为

FRINGE 或 BOUNDARY, 则定义该相邻边作为起始扫描线并按照逆时针方向进行扫描, 在遇到下一条相邻边之前, 如果扫描线与顶点  $v$  的相邻三角形集合的交集为空, 并且下一条相邻边的另一个顶点状态亦标记为 FRINGE 或 BOUNDARY, 则定义扫描线所经过的扇形区域为可见区域。如图 2 所示, 顶点  $v_R$  的可见区域为沿连线  $v_R v_{n1}$  逆时针旋转, 至连线  $v_R v_{n8}$  所扫过的扇形区域。

可见性判断包括 3 个步骤: (1) 相邻顶点  $v_{ni}$  是否位于顶点  $v$  的可见区域内; (2)  $v$  是否位于所有相邻顶点的可见区域内; (3) 顶点  $v$  与相邻顶点  $v_{ni}$  之间是否通视。如图 2 所示,  $v_R$  表示当前顶点,  $v_{ni}$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) 表示顶点  $v_R$  的相邻顶点, 其中, 黑色表示该相邻顶点不在  $v_R$  可见区域内, 不能参与三角化

过程; 灰色表示该相邻顶点位于  $v_R$  可见区域内且可以参加三角化过程; 白色表示该相邻顶点位于  $v_R$  的可见区域内, 但是由于其不满足通视条件, 因此, 不参与三角化过程。

(1) 相邻顶点  $v_{ni}$  是否位于当前顶点  $v_R$  的可见区域内: 如图 2(a) 所示, 顶点  $v_R$  的可见区域为两条虚线所围成的区域, 顶点  $v_{n4}, v_{n5}, v_{n9}, v_{n10}, v_{n11}, v_{n12}$  均位于  $v_R$  的可见区域之外, 因此, 不参与三角化过程, 将其从相邻顶点集合中剔除。

(2) 当前顶点  $v$  是否位于所有相邻顶点的可见区域内: 如图 2(a) 所示,  $v_{n5}$  位于顶点  $v_R$  的可见区域内, 但是由于顶点  $v_R$  位于  $v_{n5}$  的可见区域之外, 因此, 将其从相邻顶点集合中剔除, 否则, 将导致重建表面的空间自相交。

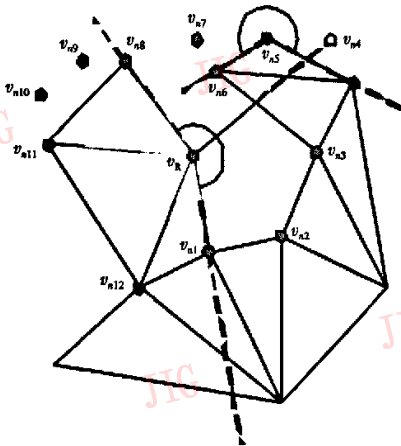
(3) 顶点  $v_R$  与相邻顶点之间是否通视: 所谓通视, 是指将顶点  $v$  及其相邻顶点集合投影至切平面上之后, 边  $(v_R, v_{ni})$  不和已有的任意一条边相交 (顶点处相交除外)。如图 2(a) 所示, 顶点  $v_R$  与相邻顶点  $v_{n4}$  分别位于对方的可见区域内, 但是由于二者不通视 (不可见的视线部分在图中用虚线来表示), 因此, 仍然需要将  $v_{n4}$  从相邻顶点集合中剔除。

### 2.9 Delaunay 三角剖分

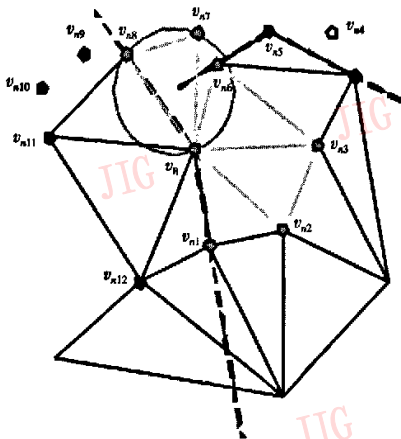
2 维情况下, 满足 Delaunay 规则的三角剖分具有如下优点: (1) 最小内角最大化; (2) 任意 3 个离散点构成的 Delaunay 三角形其外接圆中不包含其他采样顶点; (3) 构建的三角网具有唯一性, 不随起始点的不同而变化。据此, 已经提出了很多算法, 可以有效应用于 2 维或 2.5 维离散采样点的三角化。

分析已有工作不难看出, 应用 Delaunay 规则对 2 维或 2.5 维离散采样点集进行三角剖分虽然使得生成的格网具有唯一性, 但这通常是以损失网格的质量为代价的, 位于格网边缘部分的三角面片通常图形结构差, 给应用带来不便, 因此, 在满足应用需求的前提下, 格网的唯一与否并没有太大的意义。

在本文工作中, 采用如下方法进行曲面  $S$  的局部表面重建: 根据 2.8 节的结果, 直接连接顶点  $v_R$  及其相邻顶点, 构建初始三角网, 如图 2(b); 为了避免狭长三角形的生成, 根据 Delaunay 规则的空外接圆特性采用边交换操作对初始三角网进行局部优化 (如图 3 所示), 使得其在切平面上满足 Delaunay 规则, 从而有效提高重建模型的质量。



(a) 可见性判断



(b) 三角化

图 2 顶点选择与三角化

Fig. 2 Vertex selection and triangulation

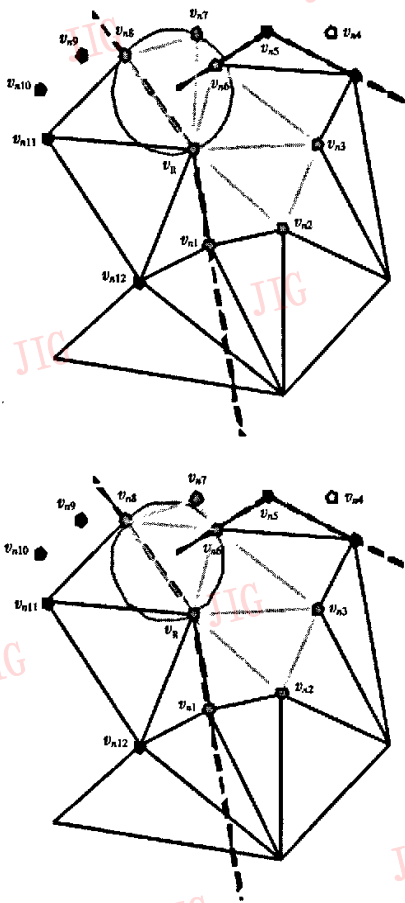
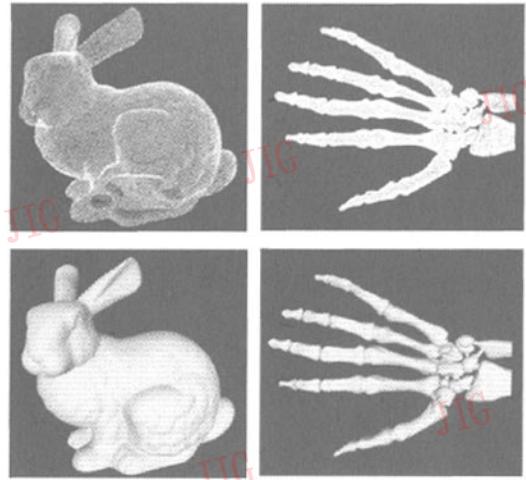


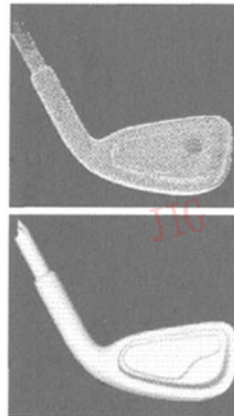
图 3 局部优化  
Fig. 3 Local optimization



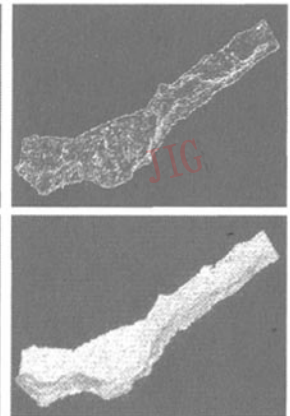
(a) 兔子



(b) 手掌骨骼



(c) 高尔夫球棒头



(d) 悬崖

图 4 表面重建结果

(上面部分为无组织离散采样点数据,下面为表面重建结果)

Fig. 4 Results of surface reconstruction

(Upper row are unorganized discrete sampling points, lower row are results of surface reconstruction)

### 3 实例与分析

本文算法已经用 C++ 实现,并且在 PC 机(主频 2.66G,内存 512M)上对实例数据进行了验证,参数设置及其运行时间统计结果如表 1 所示,表面重建结果如图 4 所示。

表 1 不同重建算法效率对比

Tab. 1 Comparison among different surface reconstruction algorithms

重建模型	顶点数目	k 值	三角形数目	表面重建时间(s)
兔子	34 834	10	69 523	21.06
手掌骨骼	327 323	9	653 914	275.30
高尔夫球棒头	16 864	14	33 689	11.73
悬崖	13 259	12	25 799	7.88

综合表 1 及图 4 可以看出,本文算法在取得较好表面重建效果的同时,相对于雕塑法、隐函数法、变形法而言,大大提高了算法运行效率。

通常,可以从如下 4 个方面来衡量一个表面重建算法的优越性:健壮性、自动化程度、内存消耗、速度等。

**健壮性** 当采样曲面  $S$  满足两个基本假设、采样数据满足采样通道规则的前提下,本算法可以处理来自开、闭两种类型曲面的数据;并且可以对采样

密度进行自动检测,即可以检测出曲面  $S$  的内部区域和边缘部分,因此,认为本算法是健壮的。

**自动化程度** 表面重建过程中,需要人为确定的参数只有  $k$ ,且该参数的设定相对简单,因此有理由认为,算法的自动化程度较高。

**内存消耗、速度** 本算法是一种基于局部判别规则的、增量式表面重建算法,通过实验及分析不难看出,算法在内存消耗、重建效率等方面均有着无可比拟的优越性。

值得提出的是,任何一种算法都有其特定的适应范围。当采样数据不满足算法的要求时,极有可能得到与期望相违背的结果,因此,为了保证表面重建的效果,使得采样数据尽量满足算法要求是必须的,当然,表面重建过程中辅以适量的人工干预(如参数设定、表面模型的编辑与修改等),将会取得更好的表面重建效果。

此外,对于采样过程中出现的采样空洞问题,本文所采用的处理方法是将其自动识别为曲面边界,而这与实际情况不符,如何有效识别采样空洞并对其进行修补,有待于进一步的研究和完善。

#### 参考文献 (References)

- Hoppe H, DeRose, Duchamp T, et al. Surface reconstruction from unorganized points [A]. In: Cunningham S ed. Proceeding of SIGGRAPH'92 [C], Danvers: Assison-Wesley Publishing Company, 1992: 71 ~ 78.
- Boissonnat J D. Geometric structures for three-dimensional shape representation[J]. ACM Transactions on Graphics, 1984, 3(4): 266 ~ 286.
- Edelsbrunner H, Muehe E P. Three-dimensional alpha shapes[J]. ACM Transactions on Graphics, 1994, 13(1): 43 ~ 72.
- Guo B, Menon J, Willette B. Surface reconstruction using Alpha shapes[J]. Computer Graphics Forum, 1997, 16(4): 177 ~ 190.
- Amenta N, Bern M, Amvyselis M. A new Voronoi-based surface reconstruction algorithm [A]. In: ACM SIGGRAPH [C], Orlando, New York, USA, 1998; 415 ~ 421.
- Amenta N, Choi S, Dey T K, et al. A simple algorithm for homeomorphic surface reconstruction [A]. In: Proceedings of the 16th Annual ACM Symposium on Computational Geometry [C], Hong Kong, 2000; 213 ~ 222.
- Amenta N, Choi S, Kolluri R K. The power crust, unions of balls, and the medial axis transform[J]. Computational Geometry Theory & Applications, 2001, 19(2-3): 127 ~ 153.
- Adamy U, Giesen J, John M. New techniques for topologically correct surface reconstruction [A]. In: Proceedings of IEEE Visualization 2000 [C], Los Alamitos, California, IEEE Computer Society Press, 2000; 373 ~ 380.
- Adamy U, Giesen J, John M. Surface reconstruction using umbrella filters[J]. Computational Geometry & Applications, 2002, 21(1-2): 63 ~ 86.
- LI Li-xin. Research on the Theory, Method and Application of Surface Reconstruction from Scattered Points [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2001. [李立新. 散乱点集曲面重建的理论、方法及应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2001.]
- Yan Jing-qi, Shi Peng-fei. A new approach to 3D object surface reconstruction from unorganized points [J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(10): 1051 ~ 1056. [严京旗, 施鹏飞. 基于无组织结构数据集的三维表面重建算法[J]. 计算机学报, 2001, 24(10): 1051 ~ 1056.]
- Huang J, Meng C H. Combinatorial manifold mesh reconstruction and optimization from unorganized points with arbitrary topology [J]. Computer Aided Design, 1994, 34(2): 149 ~ 165.
- Copi M, Krishnan Shankar. A fast and efficient projection based approach for surface reconstruction [A]. In: Proceedings of the XV Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI'02) [C], Brasilia, Brazil, 2002; 179 ~ 186.
- Copi M, Krishnan S, Silva C T. Surface reconstruction based on lower dimensional localized delaunay triangulation [J]. Eurographics, 2000, 19(3): 467 ~ 468.
- Wang Qing, Wang Rong-qing, Bao Hu-jun, et al. A fast progressive surface reconstruction algorithm for unorganized points [J]. Journal of Software, 2000, 11(9): 1221 ~ 1227. [王青, 王融清, 鲍虎军等. 散乱数据点的增量快速曲面重建算法[J]. 软件学报, 2000, 11(9): 1221 ~ 1227.]
- Bernardini F, Mittleman J, Rushmeier H, et al. The ball-pivoting algorithm for surface reconstruction [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1999, 5(4): 349 ~ 359.
- Jeong W K. Direct reconstruction of a displaced subdivision surface from unorganized points [J]. Graphical Models, 2002, 64(2): 78 ~ 93.
- Algorri M E, Schmitt F. Surface reconstruction from unstructured 3D data [J]. Computer Graphics Forum, 1996, 15(1): 47 ~ 60.
- Amenta N, Bern M. Surface reconstruction by voronoi filtering [J]. Discrete Computational Geometry, 1999, 22(4): 481 ~ 504.